

Matemáticas en PISA 2012: validez de constructo y estudio de otras propiedades psicométricas en estudiantes españoles

Esperanza Bausela Herreras

Resumen

En el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) 2012, la definición de competencia matemática incluye diferentes contenidos, procesos y contextos. Considerando esta diferenciación, nos planteamos como objetivo analizar el constructo o los constructos que subyacen a las puntuaciones obtenidas en la competencia matemática de PISA 2012, predecir el bajo rendimiento en función de los factores obtenidos del constructo *competencia matemática* y definir los percentiles que permiten

Abstract

In The Program for International Student Assessment (PISA) 2012, the definition of mathematical literacy includes different contents, processes and contexts. Considering this differentiation, our objective is to analyze the construct or constructs that underlie the obtained scores on PISA's mathematical literacy of 2012, to predict the poor performance depending on the obtained factors of the mathematical literacy construct, and to define the percentiles that allow contextualizing the score of a school-child in a normative group. The

ESPERANZA BAUSELA HERRERAS. Departamento de Psicología y Pedagogía, Universidad Pública de Navarra, Pamplona. [esperanza.bausela@unavarra.es].

Revista Intercontinental de Psicología y Educación, vol. 18, núm. 1-2, enero-diciembre 2016, pp. 179-206.
Fecha de recepción: 20 de julio de 2015 | Fecha de aceptación: 14 de diciembre de 2015.

contextualizar la puntuación de un escolar en un grupo normativo. Los resultados indican que los contenidos y los procesos implicados en la competencia matemática están interrelacionados y no existen diferencias en la estructura factorial subyacente ni en la consistencia interna en la competencia matemática en función del género.

PALABRAS CLAVE

Competencia matemática, procesos, contenidos, análisis factorial, género

results point out that the contents and the processes involved in mathematical literacy are interrelated and there are neither differences in the underlying factorial structure nor internal consistency in mathematical literacy by gender.

KEYWORDS

Mathematical literacy, processes, contents, factor analysis, gender

El Informe evalúa tres competencias (MEC y OCDE, 2013a): 1) Lectura. Capacidad para comprender, utilizar, reflexionar e interesarse por textos escritos para alcanzar los propios objetivos, desarrollar el conocimiento y potencial propios y participar en la sociedad. 2) Matemáticas. Capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. 3) Ciencias. Capacidad para identificar preguntas, adquirir un nuevo conocimiento, explicar fenómenos científicos y llegar a conclusiones basadas en pruebas científicas sobre cuestiones de este tipo.

Desde 2012, el foco de interés en PISA se ha dirigido al área de Matemáticas, competencia a la que se dedican dos terceras partes de la evaluación, como ocurrió en 2009 y como se planificó para 2015.

La competencia matemática es “la capacidad de formular, emplear e interpretar cuestiones matemáticas en diferente tipo de contextos. En ella se describen las capacidades de las personas para razonar matemáticamente y para emplear conceptos, procedimientos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos de distinta especie” (MEC y OCDE, 2013a).

En la competencia matemática se han evaluado áreas relativas a números, álgebra, geometría y estadística interrelacionadas de diversas maneras propuestas. La definición de competencia matemática de PISA 2012 incluye tres aspectos interrelacionados (MEC y OCDE, 2013a): 1) procesos matemáticos que describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto del problema con las matemáticas y, de ese modo, resolverlo, y las capacidades que subyacen a esos procesos; 2) contenido matemático específico que se utilizará en las preguntas de la evaluación, y 3) contextos en los que se insertan las preguntas de la evaluación.

Niss *et al.* (Niss, 2003 y Niss y Højgaard, 2011) identifican ocho capacidades, cimientos de las competencias del marco 2003 (OCDE, 2003), y que son fundamentales en el comportamiento matemático. En PISA 2012 se empleó una versión modificada y se redujo a siete, considerando las aportaciones del Grupo de Expertos en Matemáticas (MEG, por sus siglas en inglés). Las siete capacidades matemáticas fundamentales utilizadas son las siguientes: 1) comunicación; 2) matematización; 3) representación; 4) razonamiento y argumentación; 5) diseño de estrategias para resolver problemas; 6) utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico, y 7) utilización de herramientas matemáticas.

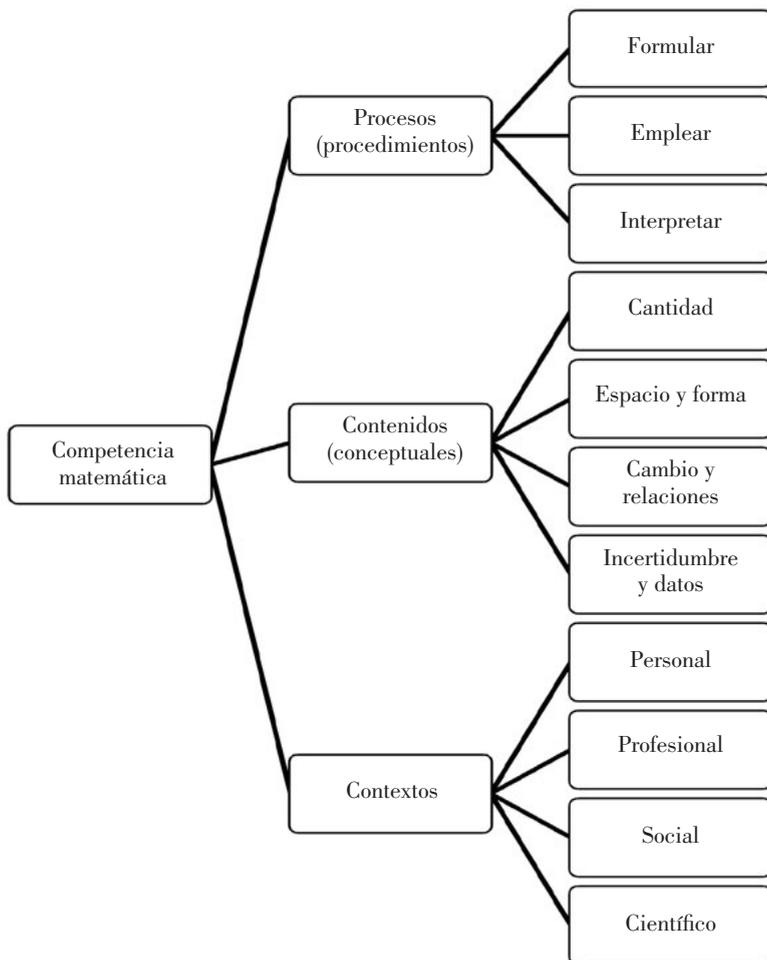
Entre los contenidos matemáticos se han evaluado: 1) cantidad, 2) espacio, 3) cambio y relaciones e 4) incertidumbre y datos; cuatro categorías básicas para esta disciplina.

Junto con dichos contenidos se han considerado tres *procesos*: 1) Formulación matemática de las situaciones; 2) empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos, e 3) interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos. El peso de éstos en la prueba es variable; de ellos: 1) 50% corresponde a empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos; 2) 25% a formulación matemática de las situaciones, y 3) 25% a interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos.

El grado en que tales capacidades se manifiestan varía en cada uno de los tres procesos matemáticos utilizados.

Finalmente, se debe destacar que la competencia matemática se emplea en la resolución de problemas planteados en cuatro contextos: personal, profesional, social y científico.

En la gráfica 1, se presentan los contenidos, procesos y contextos evaluados en la competencia matemática en PISA 2012.



Gráfica 1. Contenidos y procedimientos evaluados en la competencia matemática.

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012

EL MEC y la OCDE (2013b) establecen una relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales. En la tabla 1 se ejemplifica esta interrelación.

Tabla 1. Relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales

<i>Capacidad matemática</i>	<i>Proceso</i>		
Comunicación	Formulación matemática de las situaciones.	Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos.	Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos.
	Leer, decodificar e interpretar enunciados, preguntas, tareas, objetos, imágenes o animaciones para crear un modelo mental de la situación.	Articular una solución, mostrar el trabajo asociado a la obtención de la misma o resumir y presentar los resultados matemáticos intermedios.	Elaborar y presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema.

Fuente: tomado del MEC y la OCDE, 2013b

Con estas categorías, la competencia matemática puede organizarse de forma que se garantice la variabilidad y diversidad de preguntas, enfatizando problemas matemáticos variados y desafiantes, cuyo referente es la vida real.

En tal contexto, planteamos los siguientes objetivos: 1) Analizar el constructo o constructos (contenidos y procedimientos) que subyacen a las puntuaciones obtenidas en la competencia matemática de PISA 2012 en la muestra española. 2) Analizar y comparar la estructura factorial subyacente en el área de matemáticas en función del género. 3) Determinar la ecuación que permita predecir el rendimiento en la competencia matemática, en función de los diferentes factores obtenidos en la competencia matemática. 4) Establecer percentiles que permitan comparar el rendimiento de un escolar con el grupo normativo.

Método

No experimental, *ex post facto*, de tipo descriptivo, basado en la aplicación de encuestas.

MUESTRA

En el caso de España —objeto del presente estudio—, la muestra está constituida por 24 932 jóvenes de 15 años y 902 centros educativos. La técnica de muestreo utilizada es bietápico por conglomerados. Primero se seleccionan los centros educativos (150 por país, mínimo), después, los estudiantes (35 alumnos por centro educativo).

Los jóvenes pertenecen a diferentes comunidades autónomas. Se incluye una categoría que engloba estudiantes no adscritos a ninguna de las comunidades autónomas que cumplen los mínimos exigidos para participar. El porcentaje más alto corresponde a jóvenes del País Vasco (18.6%) y el más bajo corresponde a jóvenes de Aragón (5.5%). Es una muestra equilibrada con relación al género, aunque existe un porcentaje superior de mujeres (50.3%) que hombres (49.7%).

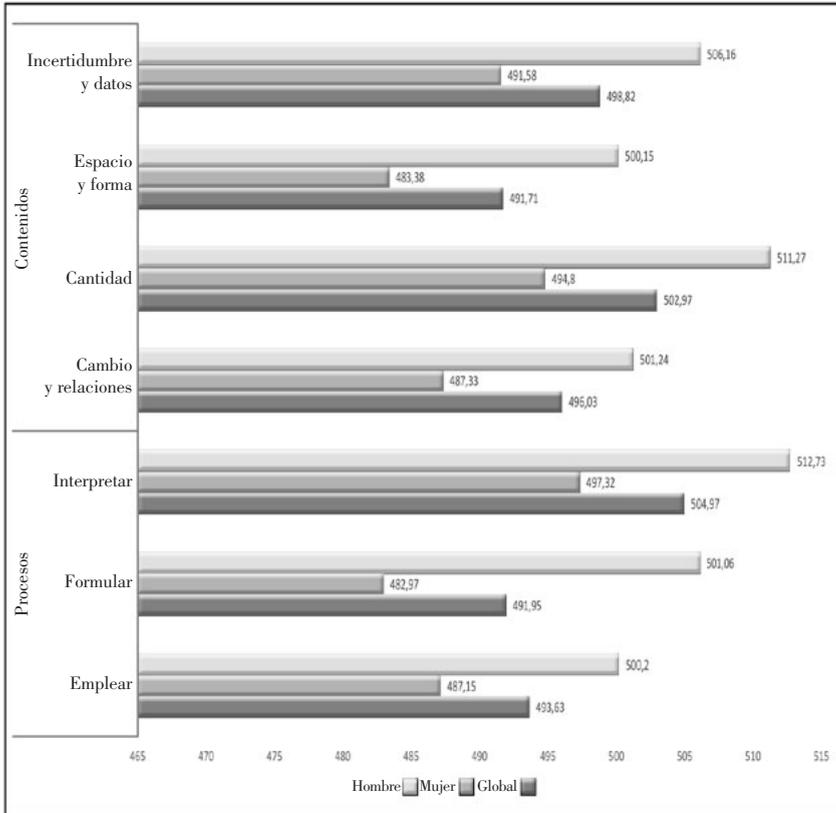
Respecto de los criterios de inclusión, “los escolares deben tener 15 años cumplidos y al menos seis años de escolarización. Los criterios de exclusión más frecuentes son alguna discapacidad intelectual o física y el dominio limitado de la lengua de enseñanza (en alumnos que llevan menos de un año escolarizados en la lengua de la prueba, que es la lengua de enseñanza)” (OCDE, 2013).

VARIABLES DE INVESTIGACIÓN

En la investigación, diferenciamos, en función del papel que desempeñan:

1. Variable exógena o independiente: género. De la muestra, 49.7% son hombres y 50.3%, mujeres.
2. Variables endógenas o dependientes: las puntuaciones obtenidas en los contenidos y procesos que constituyen la competen-

cia matemática. En la gráfica 1, se presentan las puntuaciones obtenidas por el total de la muestra en los diferentes procesos y contenidos que constituyen la competencia matemática global en PISA 2012; la gráfica 2, en función del género.



Gráfica 2. Puntuaciones medias obtenidas por las submuestras participantes en los diferentes procesos y contenidos que constituyen la competencia matemática global y en función del género en PISA 2012.

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española)

Tabla 2. Puntuaciones medias obtenidas por las submuestras participantes en los diferentes procesos y contenidos que constituyen la competencia matemática global y en función del género en PISA 2012

<i>Dimensiones</i>	<i>Subdimensiones</i>	<i>Global</i>	<i>Mujer</i>	<i>Hombre</i>
Procesos	Emplear	493.63	487.15	500.20
	Formular	491.95	482.97	501.06
	Interpretar	504.97	497.32	512.73
Contenidos	Cambio y relaciones	496.03	487.33	501.24
	Cantidad	502.97	494.80	511.27
	Espacio y forma	491.71	483.38	500.15
	Incertidumbre y datos	498.82	491.58	506.16

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española)

Los análisis inferenciales (*t de Student* para muestras independientes) indican diferencias estadísticamente significativas entre hombres y mujeres en todos los procesos y contenidos que constituyen la competencia matemática.

Análisis de datos

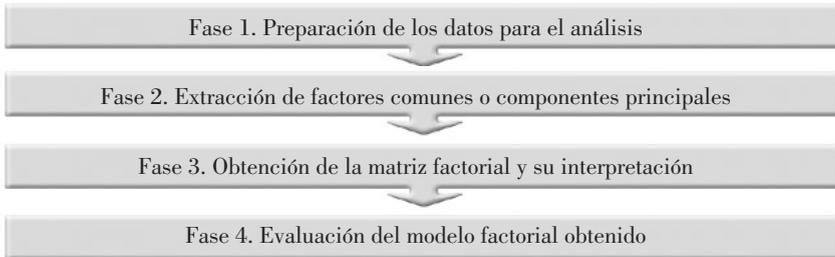
VALIDEZ DE CONSTRUCTO: ANÁLISIS FACTORIAL

La validez de constructo es el principal de los diferentes tipos de validez. “Es el concepto unificador que integra las consideraciones de validez de contenido y de criterio en un marco común para probar hipótesis acerca de relaciones teóricamente relevantes” (Messick, 1980; 1015).

Entre las diferentes técnicas estadísticas utilizadas para la contrastación de la validez de constructo, destaca el *análisis factorial* (Pérez, Chacón y Moreno, 2000).

A fin de conocer la estructura subyacente latente en la competencia matemática, se optó por desarrollar un análisis factorial en función del género.

Asimismo, se escogió el Análisis de Componentes Principales (ACP), que se caracteriza por analizar la varianza total del conjunto de variables observadas; en seguida, se desarrolló el proceso siguiendo a Cea D'Ancona (2002), aplicado en Bausela (2007) (gráfica 3).



Gráfica 3. Fases del análisis factorial.
FUENTE: Elaboración propia

Fase 1: Preparación de los datos para el análisis

Primero, se comprobaron los supuestos básicos y las decisiones clave: tamaño muestral elevado y el tratamiento de casos, según “según lista” (*listwise*). Además, se analizaron:

- a. El determinante de la matriz de correlación. Para ambas submuestras, es próximo a 0, lo que nos permite considerar la existencia de intercorrelaciones muy elevadas entre las variables.
- b. La prueba de esfericidad de Barlett. Permite comprobar la correspondencia de la matriz de correlación con la matriz de identidad (tabla 4). En el estudio de ambas submuestras no se encuentran diferencias relevantes en la prueba de esfericidad de Barlett. Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir, la matriz de correlación no se corresponde con la matriz de identidad. El análisis factorial es, por ello, pertinente.
- c. Índice κ_{MO} . Es un índice que permite determinar la propiedad de realizar un análisis factorial. En el estudio planteado, se observaron, para ambas submuestras, valores próximos a 1, indicando la existencia de intercorrelación entre variables (tabla 3).

Tabla 3. KMO y prueba de Bartlett

		<i>Hombre</i>	<i>Mujer</i>	<i>Global</i>
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		0.976	0.975	0.975
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1105851.41	1105851.41	2260714.593
	df	595	595	595
	Sig.	0.000	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española)

- d. Correlación antiimagen. En esta matriz se observan las distintas correlaciones entre las variables (fuera de la diagonal principal), las cuales se aproximan a 0 (en ambas submuestras); por ello, deducimos que puede aplicarse un análisis factorial.
- e. Comunalidades. Las comunalidades iniciales se corresponden con los coeficientes de correlación múltiple cuadrados resultantes de regresionar [sic] las demás variables respecto de la cual se calcula su comunalidad inicial. En el ACP, la comunalidad inicial es 1, debido a que no se diferencia entre “común” y “específica”. Todas las comunalidades de todas las variables, tanto para hombres como para mujeres, se sitúan por encima de 0.900.

Fase 2: Extracción de factores comunes o componentes principales

Una vez comprobado que el análisis puede llevarse a cabo con las variables de interés y que cumplen los supuestos necesarios para su correcta realización, procederemos a la extracción de los factores.

En este estudio hemos optado por el procedimiento ACP, que es la combinación lineal de una serie de variables empíricas correlacionadas en una serie de variables latentes, no correlacionadas, que reciben el nombre de *componentes principales*. Se ha tratado de elegir un modelo analítico que cumpla los objetivos de simplicidad y parsimonia.

Mientras tanto, en el proceso de elección del número de factores, se han considerado los siguientes criterios:

- a. Porcentaje de varianza de las variables empíricas que logran explicar. En relación con este aspecto, no hay puntos de corte claros, aunque en la literatura se recomienda que, como mínimo, se explique, con factores sucesivos, 80% de la varianza total.

En el caso de los varones, se han obtenido seis factores (de 35 posibles factores, tantos como variables) que explican 93.076% de la varianza. En el caso de las mujeres, seis factores (de 35 posibles factores, tantos como variables) que explican 92.036% de la varianza.

- b. Autovalores (o varianza total explicada por cada factor). Se ha fijado como punto de corte, incluir componentes cuyo autovalor sea mayor o igual a 1, ya que con un autovalor inferior a 1 ni siquiera logran explicar la varianza total de una variable.
- c. Interpretabilidad, relacionado con la capacidad de asignar un significado a cada uno de los componentes. En esta fase se ha considerado lo siguiente: 1) Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación, 2) el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria y 3) PISA 2012 Marco de matemáticas.

Fase 3: Obtención de la matriz factorial y su interpretación

Una vez elegido el procedimiento de extracción factorial y el número de factores que constituyen el modelo analítico, se procede al cálculo de la matriz factorial; para ello, se parte de la matriz de correlación.

La matriz de correlación reproducida contiene en la diagonal principal las estimaciones de comunalidad a partir de la suma de los cuadrados de los coeficientes factoriales en los factores retenidos para cada fila de la matriz factorial. También se han incluido los residuos, que se definen como la diferencia entre el coeficiente de correlación obtenido y el reproducido o estimado desde el modelo obtenido.

- a. Rotación de factores. La matriz factorial muestra la relación entre las variables y los factores o componentes, pero su interpretación no suele ser sencilla, por lo que se utilizó la matriz de componentes rotados. La rotación ocasiona una redistribución de la varianza

total entre los factores, sin alterar la proporción total de varianza explicada por el modelo de seis factores. Tampoco se han modificado las comunalidades; es decir, la proporción de la variabilidad de cada variable empírica que explica el modelo factorial de seis factores comunes.

Se ha optado por la rotación ortogonal y dentro de ella por la *varimax*. Su finalidad es simplificar la estructura factorial maximizando la varianza de los coeficientes factoriales cuadrados para cada factor. La varianza se maximiza (de ahí su nombre: *vari*, de *variable*; *max*, de *maximizar*) para ayudar a la interpretación de los factores.

En la tabla 4, se presenta la matriz de componentes rotados para la muestra global. Se incluye la varianza explicada por cada factor, la denominación de ésta; las variables que incluye cada factor, y el coeficiente de correlación que presenta cada variable con cada factor (una misma variable puede presentar correlación alta con más de un factor).

Siguiendo la misma estructura, en la tabla 5, se presenta la matriz de componentes rotados para hombres y, en la tabla 6, la matriz de componentes rotados para mujeres.

Tabla 4. Matriz de componentes rotados (muestra global)

<i>Varianza explicada</i>	<i>Niveles</i>	<i>Espacio Forma (contenido)</i>	<i>Cambio Relaciones (contenido) Emplear (proceso)</i>	<i>Cantidad (contenido)</i>	<i>Interpretar (proceso)</i>	<i>Incertidumbre datos (contenido)</i>	<i>Formular (proceso)</i>
		0.743					
	1	0.741					
	5	0.739					
	5	0.735					
	5	0.734					
2.55%	2		0.661				
	4		0.659				
	3		0.657				
	1		0.656				
	5		0.654				
	2		0.490				
	1		0.488				
	4		0.487				
	5		0.485				
	3		0.481				
1.82%	3			0.654			
	1			0.654			
	5			0.653			
	2			0.651			
	4			0.647			
1.50%	1				0.636		
	5				0.635		
	2				0.634		
	3				0.629		
	4				0.629		
1.10%	4					0.638	
	5					0.624	
	1					0.624	
	3					0.610	
	2					0.608	
1.03%	2						0.512
	5						0.511
	4						0.509
	3						0.507
	1						0.507
92.03% Total							

NOTA: 1, 2, 3, 4 y 5 son los niveles de dificultad en los que participa España. España participa en los bloques “estándar”, no en los “fáciles”.

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Tabla 5. Matriz de componentes rotados (submuestra hombres)

<i>Varianza explicada</i>	<i>Niveles</i>	<i>Espacio Forma (contenido) Emplear (proceso)</i>	<i>Cantidad (contenido)</i>	<i>Cambio relaciones (contenido) Emplea (proceso)</i>	<i>Interpretar (proceso)</i>	<i>Incertidumbre datos (contenido)</i>	<i>Formular (proceso)</i>
85.69%	1	0.740					
	4	0.740					
	3	0.737					
	5	0.736					
	2	0.736					
2.40%	5	0.477					
	4		0.653				
	2		0.652				
	3		0.645				
	1		0.645				
1.65%	5		0.640				
	5			0.648			
	4			0.644			
	1			0.639			
	2			0.638			
	3			0.633			
	3			0.478			
	1			0.476			
	4			0.475			
	2			0.474			
1.32%	2				0.637		
	1				0.635		
	4				0.634		
	5				0.632		
	3				0.630		
1.04%	4					0.609	
	5					0.605	
	2					0.605	
	1					0.603	
	3					0.600	
0.95%	5						0.501
	4						0.501
	1						0.500
	2						0.496
93.076% Total	3						0.494

NOTA: 1, 2, 3, 4 y 5 son los niveles de dificultad en los que participa España. España participa en los bloques “estándar”, no en los “fáciles”.

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Tabla 6. Matriz de componentes rotados (submuestra mujeres)

<i>Varianza explicada</i>	<i>Niveles</i>	<i>Espacio y Forma (contenido)</i>	<i>Cambio-Relaciones (contenido) emplear (proceso)</i>	<i>Cantidad (contenido)</i>	<i>Interpretar (procesos)</i>	<i>Incertidumbre datos (contenido)</i>	<i>Formular (procesos)</i>
84.01%	3	0.743					
	1	0.741					
	5	0.739					
	4	0.735					
	2	0.734					
2.55%	2		0.661				
	4		0.659				
	3		0.657				
	1		0.656				
	5		0.654				
1.83%	2		0.490				
	1		0.488				
	4		0.487				
	5		0.485				
	3		0.481				
1.51%	3			0.654			
	1			0.654			
	5			0.653			
	2			0.651			
	4			0.647			
1.10%	1				0.636		
	5				0.635		
	2				0.634		
	3				0.629		
	4				0.629		
1.03%	4					0.638	
	5					0.624	
	1					0.624	
	3					0.610	
	2					0.608	
92.04% Total	2						0.512
	5						0.511
	4						0.509
	3						0.507
	1						0.507

NOTA: 1, 2, 3, 4 y 5 son los niveles de dificultad en los que participa España. España participa en los bloques “estándar”, no en los “fáciles”.

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

En la muestra global y en ambas submuestras se obtuvieron seis factores que aglutinan los contenidos y procesos que permiten evaluar la competencia matemática, con ligeras variaciones en el primer, segundo y tercer factor, como más adelante señalamos (tabla 7).

Tabla 7. Comparación de los factores y varianzas en función del género

	<i>Global</i>		<i>Hombres</i>		<i>Mujeres</i>	
	<i>Factores</i>	<i>Varianza explicada</i>	<i>Factores</i>	<i>Varianza explicada</i>	<i>Factores</i>	<i>Varianza explicada</i>
1.º	Espacio y forma (contenido)	84.01%	Espacio y forma (contenido) Emplear (proceso)	85.69%	Espacio y forma (contenido)	84.01%
2.º	Cambio y relaciones (contenido) Emplear (proceso)	2.55%	Cantidad (contenido)	2.40%	Cambio-Relaciones (contenido) / Emplear (proceso)	2.55%
3.º	Cantidad (contenido)	1.82%	Cambio y relaciones (contenido) Emplear (proceso)	1.66%	Cantidad (contenido)	1.828%
4.º	Interpretar (procesos)	1.50%	Interpretar (procesos)	1.32%	Interpretar (procesos)	1.50%
5.º	Incertidumbre y datos (contenido)	1.10%	Incertidumbre y datos (contenido)	1.04%	Incertidumbre y datos (contenido)	1.10%
6.º	Formular (procesos)	1.03%	Formular (procesos)	0.95%	Formular (procesos)	1.02%
Total		92.03%		93.07%		92.03%

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

- El primer componente resulta mejor definido por la combinación lineal de cinco variables relacionadas con *espacio y forma* (contenido), que incluye patrones, propiedades de los objetos, posiciones y direcciones, representaciones de los objetos, decodificación y codificación de información visual, navegación e interacción dinámica con formas reales, así como con representaciones.
- El proceso *emplear* varía en función de las submuestras (en la muestra global y en la submuestra “hombres” está incluido en el primer componente; en la submuestra “mujeres”, en el segundo componente), en cuanto a que hace referencia a la capacidad para aplicar conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos en la resolución de problemas formulados matemáticamente, con el fin de llegar a conclusiones matemáticas.
- El contenido *cambio y relaciones*, que refiere a relaciones temporales y permanentes entre los objetos y las circunstancias; se encuentra incluido en el tercer componente, en la submuestra de hombres, y en el segundo componente, en la muestra global y en la submuestra de mujeres.
- El componente *cantidad* hace referencia a la cuantificación de los atributos de los objetos y es el segundo componente en la submuestra de hombres y el tercer componente en la muestra global y en la submuestra de mujeres.
- El cuarto componente aglutina cinco variables vinculadas con el proceso de *interpretar*, que se centra en la capacidad para reflexionar sobre soluciones, resultados o conclusiones matemáticas e interpretarlas en el contexto de los problemas de la vida real.
- El quinto componente está constituido por cinco variables vinculadas con el contenido *incertidumbre y datos*, propios de situaciones de los problemas vinculados con la teoría de la probabilidad y la estadística.
- Finalmente, el sexto componente está relacionado con el proceso de *formular*, que alude a la capacidad para reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas.

ANÁLISIS DE PREDICCIÓN

Fase 4: Evaluación y aplicación del modelo factorial obtenido

En la evaluación no sólo interviene la *significatividad estadística*, analizada en páginas anteriores, también se valora la *significatividad sustantiva*; esto significa que el modelo sea interpretable desde una perspectiva teórica que analiza los procesos cognitivos subyacentes en matemáticas y que se apliquen en diferentes contenidos.

- a. Puntuaciones componentes. Son medidas compuestas de cada componente principal. Informan de la posición de cada caso concreto en todo componente. Hay tantas puntuaciones como componentes para cada caso.

ECUACIONES DE PREDICCIÓN

Predicción de rendimiento en matemáticas (global), partiendo de los seis componentes obtenidos en el análisis factorial para hombres, mujeres y la muestra global:

1) Hombres

El modelo obtenido explica 98.1% de la variabilidad del rendimiento en la competencia matemática (tabla 8).

Tabla 8. Resumen del modelo (hombres)

Modelo	R		R		Error estándar	Estadísticas de cambios				
	Género = Masculino (Selección)	Género ≈ Masculino (Sin seleccionar)	cua- drado	cuadra do		de la esti- mación	Cambio de cua- drado de R	Cambio en F	df1	df2
1	0.981	0.978	0.963	0.963	17.033	0.963	53691.339	6	12372	0.000

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

La tabla 9 incluye los coeficientes estandarizados y no estandarizados que conforman el modelo de regresión, junto con su significatividad.

Tabla 9. Coeficientes (hombres)

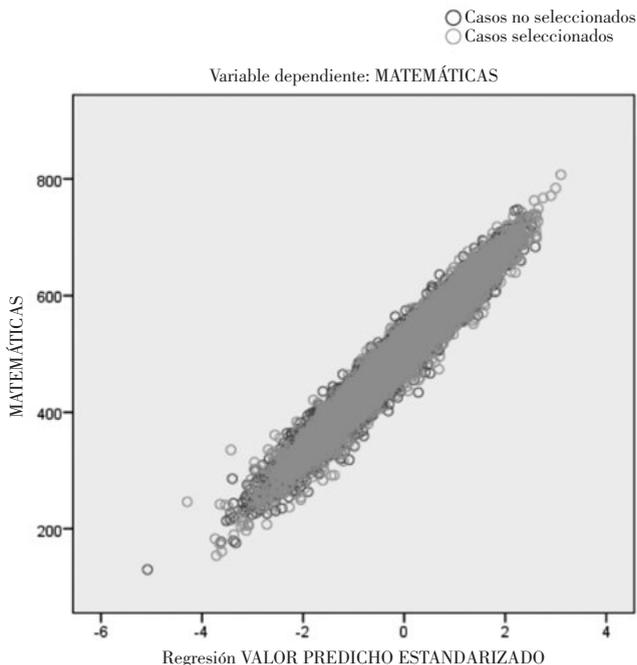
Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	95,0% intervalo de confianza para B		Estadísticas de colinealidad	
	B	Error estándar				Beta	Límite inferior	Límite superior	Tolerancia
(Constante)	504.061	0.153		3292.487	0.000	503.7	504.3		
Fac_1	41.976	0.153	0.474	274.171	0.000	41.67	42.27	1.000	1.000
Fac_2	38.418	0.153	0.434	250.932	0.000	38.11	38.71	1.000	1.000
Fac_3	37.889	0.153	0.428	247.476	0.000	37.58	38.18	1.000	1.000
Fac_4	34.048	0.153	0.385	222.391	0.000	33.74	34.34	1.000	1.000
Fac_5	33.618	0.153	0.380	219.582	0.000	33.31	33.91	1.000	1.000
Fac_6	24.252	0.153	0.274	158.408	0.000	23.95	24.55	1.000	1.000

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Partiendo de los datos anteriores, confeccionamos la ecuación de predicción, que permite predecir el valor del rendimiento en matemáticas para los hombres en función de unos valores concretos de las variables independientes (contenidos y procesos), los cuales han mostrado relevancia en la predicción del rendimiento en matemáticas:

$$Y = 504.061 + 41.976 X_1 + 38.418 X_2 + 37.889 X_3 + 34.048 X_4 + 33.618 X_5 + 24.252 X_6$$

Se ilustra el uso de las gráficas de puntuaciones factoriales en la identificación de atípicos, seleccionando las gráficas para los factores obtenidos mediante el análisis de componentes principales. La gráfica presenta una nube de puntos más elíptica (gráfica 4).



Gráfica 4. Puntuaciones factoriales (hombres).

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

2) Mujeres

El modelo obtenido explica 97.8% de la variabilidad del rendimiento en matemáticas (tabla 10).

Tabla 10. Resumen del modelo (mujeres)

Modelo	R		R cua- drado	R cua- drado ajus- tado	Error están- dar de la estima- ción	Estadísticas de cambios				
	Género = Fe- menino (Sele- ciona- do)	Género ≈ Fe- menino (Sin selec- cionar)				Cam- bio de cua- drado de R	Cambio en F	df1	df2	Sig. Cam- bio en F
1	0.978	0.981	0.957	0.957	16.865	0.957	462410.383	6	12546	0.000

Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

La tabla 11 incluye los coeficientes estandarizados y no estandarizados que conforman el modelo de regresión, junto con su significatividad.

Tabla 11. Coeficientes (mujeres)

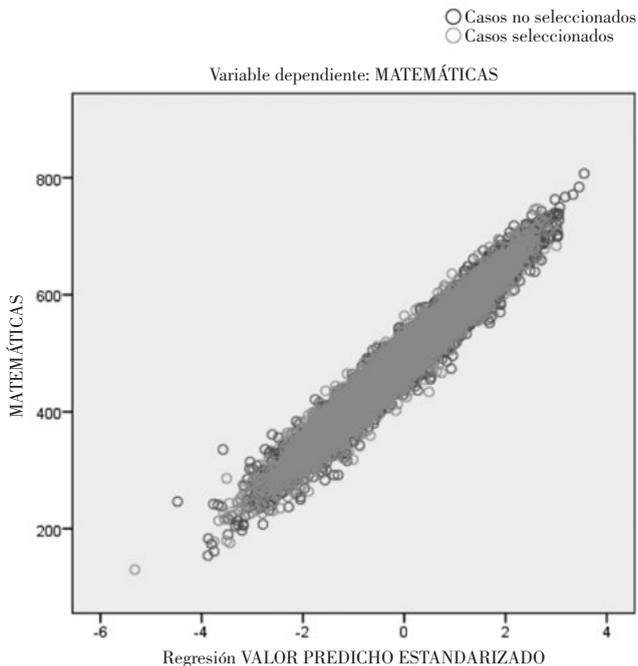
Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	95,0% intervalo de confianza para B		Estadísticas de colinealidad	
	B	Error estándar				Límite inferior	Límite superior	Tolerancia	VIF
1 (Constante)	489.007	0.151		3248.54	0.000	488.712	489.302		
Fac_1	37.729	0.151	0.465	250.631	0.000	37.434	38.024	1.000	1.000
Fac_2	35.145	0.151	0.434	233.462	0.000	34.850	35.440	1.000	1.000
Fac_3	35.720	0.151	0.441	237.282	0.000	35.425	36.015	1.000	1.000
Fac_4	30.669	0.151	0.378	203.731	0.000	30.374	30.964	1.000	1.000
Fac_5	30.313	0.151	0.374	201.366	0.000	30.018	30.608	1.000	1.000
Fac_6	22.211	0.151	0.274	147.548	0.000	21.916	22.507	1.000	1.000

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Partiendo de los datos anteriores, se confeccionó la ecuación de predicción, que permite predecir el valor del rendimiento en matemáticas para las mujeres en función de unos valores concretos de las variables independientes (contenidos y procesos) que han mostrado relevancia en la predicción del rendimiento en matemáticas:

$$Y = 489.007 + 37.729 X_1 + 35.145 X_2 + 35.72 X_3 + 30.669 X_4 + 30.313 X_5 + 22.211 X_6$$

Se ilustra el uso de las gráficas de puntuaciones factoriales en la identificación de atípicos, seleccionando las gráficas para los factores obtenidos mediante el análisis de componentes principales. La gráfica presenta una nube de puntos más elíptica (gráfica 5).



Gráfica 5. Puntuaciones factoriales (mujeres).
FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Global

El modelo obtenido explica 98% de la variabilidad del rendimiento en matemáticas (tabla 12).

Tabla 12. Resumen del modelo (global)

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado ajustado	Error estándar de la estimación	Estadísticas de cambios				
					Cambio de cuadrado de R	Cambio en F	df1	df2	Sig. Cambio en F
1	0.980	0.960	0.960	16.955	0.960	100763.643	6	24925	0.000

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

La tabla 13 incluye los coeficientes estandarizados y no estandarizados que conforman el modelo de regresión, junto con su significatividad.

Tabla 13. Coeficientes (global)

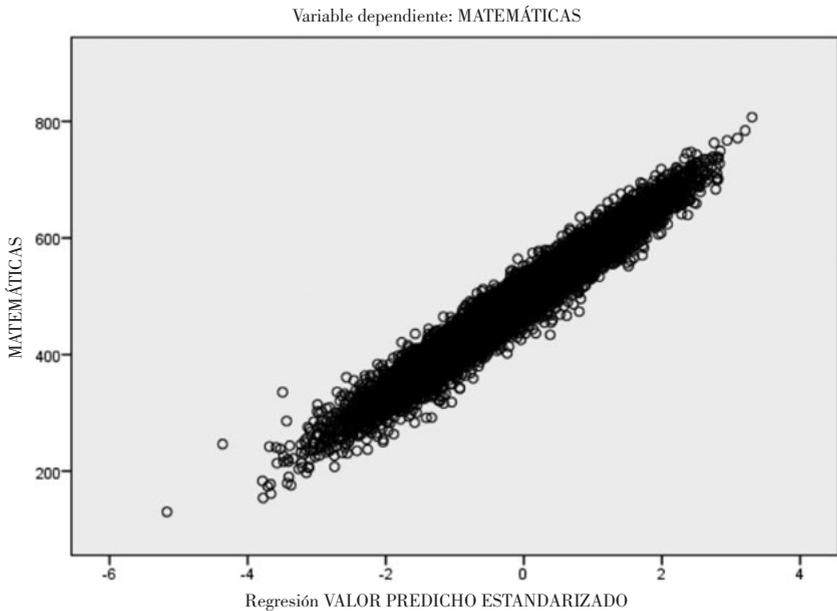
Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	95,0% intervalo de confianza para B		Estadísticas de colinealidad	
	B	Error estándar				Beta	Límite inferior	Límite superior	Tolerancia
1 (Constante)	496.481	0.107		4623.75	0.000	496.271	496.692		
Fac_1	40.085	0.107	0.471	373.303	0.000	39.874	40.295	1.000	1.000
Fac_2	37.231	0.107	0.437	346.725	0.000	37.020	37.441	1.000	1.000
Fac_3	36.751	0.107	0.431	342.258	0.000	36.541	36.962	1.000	1.000
Fac_4	32.456	0.107	0.381	302.258	0.000	32.246	32.666	1.000	1.000
Fac_5	32.157	0.107	0.377	299.474	0.000	31.947	32.367	1.000	1.000
Fac_6	23.235	0.107	0.273	216.388	0.000	23.025	23.446	1.000	1.000

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Partiendo de los datos anteriores, se confeccionó la ecuación de predicción que permite predecir el valor del rendimiento en matemáticas para las mujeres, en función de unos valores concretos de las variables independientes (contenidos y procesos) que han mostrado relevancia en la predicción del rendimiento en matemáticas:

$$Y = 496.481 + 40.085 X_1 + 37.231 X_2 + 36.751 X_3 + 32.456 X_4 + 32.157 X_5 + 23.235 X_6$$

Se ilustra el uso de las gráficas de puntuaciones factoriales en la identificación de atípicos, seleccionando las gráficas para los factores obtenidos mediante el análisis de componentes principales. La gráfica presenta una nube de puntos más elíptica (gráfica 6).



Gráfica 6. Puntuaciones factoriales (global).

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Consistencia interna: χ de Cronbach

Para obtener la consistencia interna del cuestionario, se calculó el coeficiente χ de Cronbach, considerando los 35 reactivos finales (componentes y procesos que configuran la competencia matemática). El valor obtenido para la competencia matemática fue: 1) para la muestra global, un 0.995, 2) para hombres, 0.994 y 3) para mujeres, 0.995. Los valores obtenidos revelaron una alta consistencia en la totalidad de los reactivos que componen el instrumento; de igual manera, se apreció una alta consistencia al agrupar los reactivos por cada uno de los factores extraídos.

Distribución de la muestra: percentiles

Los percentiles señalan puntos en la distribución de frecuencias, que expresan el porcentaje de escolares cuyo rendimiento en dicha competencia está por debajo de tal percentil. Por ejemplo, si el rendimiento de un escolar se ubica en el percentil 40, significa que hay 40% de escolares cuyo rendimiento es aún más bajo que el escolar propuesto. Los percentiles obtenidos muestran que existen diferencias entre hombres y mujeres, por lo cual es necesario ser sensibles a tales diferencias para comparar el rendimiento de un escolar en función del género de pertenencia.

En tanto, en el percentil 50, la puntuación de los hombres (508.65) es superior a la obtenida por las mujeres (491.75) y en relación con la muestra global (499.23) (tabla 14).

Tabla 14. Percentiles en competencia matemática: hombres, mujeres y muestra global

<i>Percentiles</i>	<i>Global</i>	<i>Mujer</i>	<i>Hombre</i>
10	383.89	382.65	385.58
20	423.98	420.56	427.96
30	452.41	447.51	458.26
40	477.26	470.53	484.35
50	499.23	491.75	508.65
60	521.97	512.70	532.65
70	544.95	534.44	556.25
80	570.66	558.60	581.33
90	604.77	591.42	615.60

FUENTE: Elaboración propia a partir de PISA 2012 (muestra española).

Conclusiones y discusión

En coherencia con el objetivo y los análisis de datos que se efectuaron, se puede concluir el presente estudio afirmando que los contenidos y los procesos evaluados son factores interdependientes, interrelacionados en

las diferentes versiones analizadas (por género y global). El modelo que subyace indica que la competencia matemática debe evaluarse y desarrollarse, por consiguiente, de forma interrelacionada. En la práctica no es posible identificar de forma independiente los contenidos y los procesos. En esta evaluación, es necesario considerar una serie de contenidos y procesos latentes que varían ligeramente en hombres y mujeres, sin que sean significativos.

Esta competencia matemática evaluada en PISA 2012 se encuentra en consonancia con el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece que “una de las capacidades esenciales que se desarrollan con la actividad matemática es la habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas, ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinarias en contextos reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico”.

Los datos permiten afirmar que no existe diferencia en la estructura subyacente latente en la competencia matemática en función del género, lo que revela que, en ocasiones, se trata sólo de estereotipos (Hyde, Fennema, Ryan, Frost y Hopp, 1990).

Por consiguiente, es necesario recurrir a diseños instruccionales que permitan el desarrollo de la competencia matemática por medio del desarrollo de diferentes procesos y contenidos matemáticos de forma interrelacionados y en diferentes contextos, para garantizar la generalización y la transferencia de conocimientos.

Como prospectiva, nos planteamos analizar diferentes factores asociados al rendimiento (autoeficación, interés y ansiedad matemática) de los estudiantes, con el propósito de ofrecer información de los aspectos que puedan contribuir a su mejora y analizar el papel que las funciones ejecutivas tienen en el desempeño de la competencia matemática (Anderson, 1993; Cragg y Gilmore, prensa)

Referencias

- Anderson, J. R. (1983). *The Architecture of Cognition*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Bausela, E. (2007). Análisis de la estructura factorial de la batería Luria-DNA en estudiantes universitarios. *Revista de Psicodidáctica*, 12 (1), 143-151.
- Cea D'Ancona, M. A. (2002). *Análisis multivariable. Teoría y práctica en la investigación social*. Madrid: Síntesis.
- Cragg, L y Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3 (2), 63-68. doi:10.1016/j.tine.2013.12.001
- Hyde, J. S.; Fennema, E.; Ryan, M.; Frost, L. A. y Hopp, C. (1990). Gender comparisons of mathematics attitudes and affect. *Psychology of Women Quarterly*, 14, 299-324.
- MEC y OCDE (2013a) (eds.). *PISA 2012, Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español, Volumen I: Resultados y contexto*. Madrid: MEC-OCDE.
- MEC y OCDE (2013b) (eds.). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, lectura y ciencias*. Madrid: MEC-OCDE.
- Messick, S. (1980). Test validity and ethics of assessment. *American Psychologist*, 35, 1012-1027.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds.). *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*, 115-124. Atenas: Hellenic Mathematical Society.
- y T. H. Jensen (2002), *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark, Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, núm. 18, Ministerio de Educación, Copenhagen. Recuperado de <http://pub.uvm.dk/2002/kom/>
- y T. Højgaard (2011) (eds.). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Ministerio de Educación, informe núm. 485, Universidad de Roskilde, Roskilde. Recuperado de https://pure.au.dk/portal/files/41669781/THJ11_MN_KOM_in_english.pdf
- OCDE (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, PISA, OCDE Publishing.
- Pérez, J. A.; Chacón, S., y Moreno, R. (2000). Validez de constructo: el uso de

análisis factorial exploratorio-confirmatorio para obtener evidencias de validez. *Psicothema*, 12 (2), 442-446.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.